

Exercice 1 (1 point)

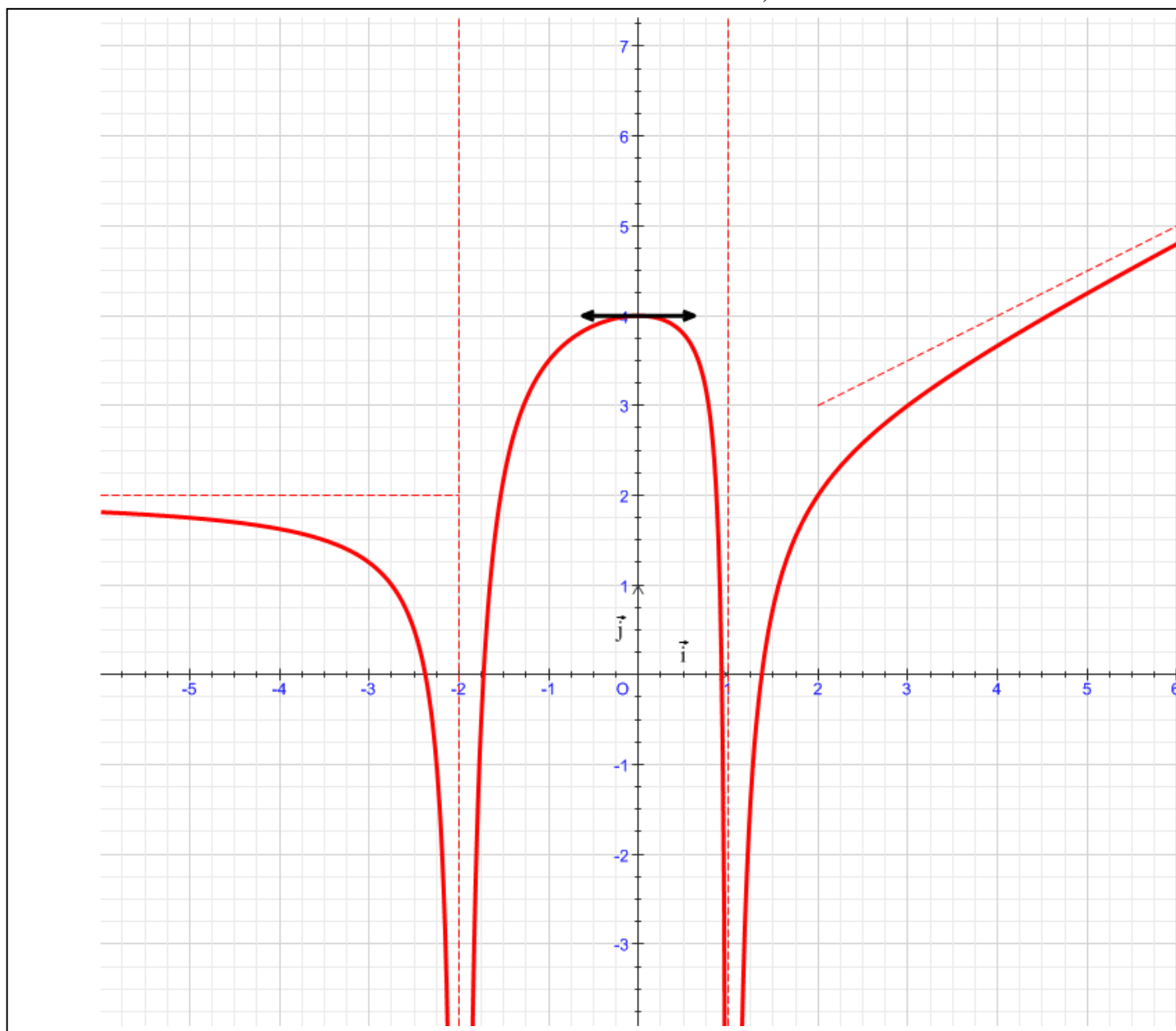
Conjecturez numériquement $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\cos x - 1}{x^2}$. Détailler votre démarche.

Exercice 2 (1 + 1+ 1+1 = 4 points)

Soit f une fonction dont on donne ci-dessous une représentation graphique \mathcal{C} (en trait plein).

Conjecturez graphiquement et sans justifier:

- 1°) L'ensemble de définition \mathcal{D}_f de f .
- 2°) Les limites aux bornes de \mathcal{D}_f .
- 3°) Le tableau des variations de f , incluant le signe de f' .
- 4°) Les (droites) asymptotes à \mathcal{C} (donner les équations cartésiennes réduites).



Exercice 4 (0,5 + 1 + 2 + 0,5 + 0,5 + 1 + 0,5 + 0,5 + 1,5 = 8 points)

Soit $f : x \mapsto \frac{x^2+2x+2}{x+1}$.

On note \mathcal{C} sa courbe représentative dans un repère cartésien.

1°) **Déterminer** l'ensemble de définition \mathcal{D} de f .

2°) **Déterminer** trois réels a , b et c tels que, pour tout x de \mathcal{D} , on ait : $f(x) = ax+b+\frac{c}{x+1}$.

3°) a) A partir des résultats du 2°), déterminer les limites aux bornes de \mathcal{D} .

b) En déduire l'existence d'une droite asymptote. Donner sa nature et son équation cartésienne réduite.

4°) a) Montrer que \mathcal{C} admet une asymptote oblique \mathcal{D} dont on donnera nature et équation cartésienne réduite.

b) Etudier, suivant les valeurs de x , la position relative de \mathcal{C} et \mathcal{D} .

c) Soit M un point de \mathcal{C} d'abscisse x et P un point de \mathcal{D} d'abscisse x .

Pour quelles valeurs de $x > 0$, a-t-on $MP < 0,01$?

d) Proposer une approximation affine de f au "voisinage de $+\infty$ ". Justifier votre choix.

5°) Etudier les variations de la fonction f puis construire son tableau de variations.

Exercice 5 (1,5 + 0,5 + 1 + 1 + 0,5 = 4 points)

1°) Compléter les théorèmes suivants :

T1 "Si f est une fonction polynôme alors sa limite enest identique à celle de"

T2 "Si f est une fonction rationnelle alors sa limite enest identique à celle"

T3 "Si f est une fonction polynôme alors $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \dots\dots\dots$ "

2°) Soit la fonction polynôme f définie par $f(x) = x^3 + 3x^2 + 2x + 4$.

Sans faire référence aux théorèmes de la 1^{ère} question :

a) Montrer que $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ se détermine facilement.

b) Expliquer pourquoi il n'en est pas de même pour $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ puis déterminer $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.

3°) Avec les théorèmes de la 1^{ère} question puis sans ces théorèmes, déterminer $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x-2}{2-x}$.

4°) Par la méthode de votre choix, déterminer $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{3x+1}{2-x}$.

Exercice 6 (5×0,5 = 2,5 points)

Montrer que les affirmations suivantes sont fausses :

1°) Si f est une fonction croissante sur $[0;+\infty[$ alors $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$.

2°) Si $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ alors f est une fonction croissante sur $[0;+\infty[$.

3°) Si $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 3$ alors la courbe représentant f ne rencontre pas la droite d'équation $y = 3$ au "voisinage de $+\infty$ ".

4°) Si $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = 0$ (mais $g(x) \neq 0$) alors : $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{g(x)} = 1$ ou bien $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{g(x)} = 0$.

5°) $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) + g(x)] = \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) + \lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$