DV3

Exercice 1

A/ Soit la fonction $f : x \longmapsto x^3 -2x^2-4x +8$

1°) Etudier les variations de f sur $\mathbb{R}$.

2°) Calculer f(-2) et f(2).

3°) Déduire des questions précédentes que pour tout réel de [-2;2] : $x^3 \geqslant 2x^2 +4x -8$.

4°) Déterminer une approximation affine de f(1+h) pour h proche de 0.

5°) Déterminer les extremums locaux de f sur [0;4].

B/ Soit la fonction $f : x \longmapsto \dfrac{-x^2}{3x+2}$

1°) Etudier la dérivabilité de f.

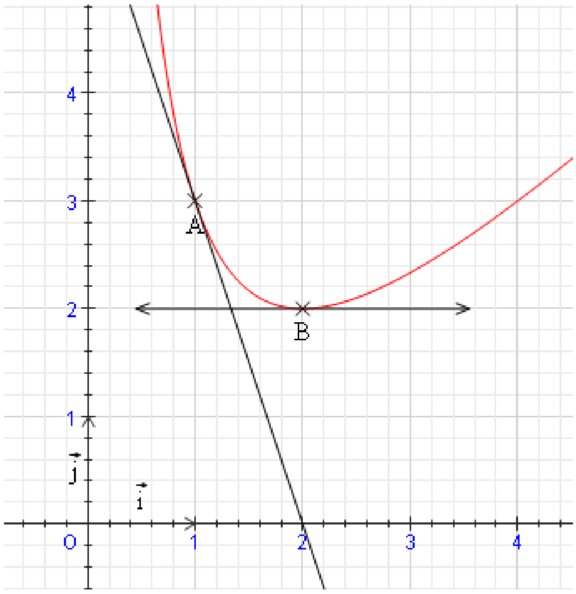
2°) Etudier les variations de f.

Exercice 2

Soit f une fonction définie et dérivable sur l'intervalle $I =]0; +\infty[$ dont on donne ci-contre une représentation graphique.

On sait qu'il existe des coefficients a, b et c tels que pour tout x de I :

$$f(x) = ax+ b + \frac{c}{x}.$$



1°) Pour tout x de I, exprimer f'(x) en fonction de a, b et c.

2°) En raisonnant graphiquement, déterminer f '(1) et f'(2).

3°) Déduire des questions précédentes les valeurs de a et c.

4°) Déterminer b.

5°) Montrer par le calcul que, sur I, f'(x) est du signe de x-2.

Exercice 3

Soit f et g les fonctions définies sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2+2x-1$ et $g(x) = -x^2-6x-9$.

Soit $\mathscr{P}_1$ et $\mathscr{P}_2$ leurs représentations graphiques respectives.

1°) a) Soit T la tangente à $\mathscr{P}_1$ au point d'abscisse 0. Déterminer une équation cartésienne de T.

b) Déterminer le point de $\mathscr{P}_2$ dont la tangente est parallèle à T.

2°) a) Démontrer que $\mathscr{P}_1$ et $\mathscr{P}_2$ ont un seul point commun qu'on notera A.

b) Démontrer que $\mathscr{P}_1$ et $\mathscr{P}_2$ admettent en A la même tangente D.

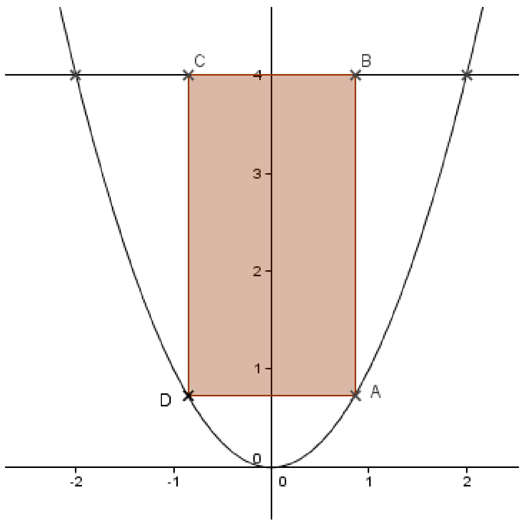
c) Démontrer que $\mathscr{P}_1$ est au dessus de D.

Exercice 4

Dans le plan rapporté à un repère orthonormal d'unité graphique 1 cm, on considère la parabole d'équation $y =x^2$ et la droite d'équation $y=4$.

On veut inscrire dans la zone intérieure définie par ces deux courbes un rectangle ABCD dont l'aire soit la plus grande possible (dessin ci-contre).

On note x l'abscisse de A et S(x) l'aire du rectangle ABCD en cm².



1°) Quel est le meilleur intervalle I d'étude de la fonction S ?

2°) Montrer que pour tout x de I : $S(x) = 8x - 2x^3$.

3°) Résoudre alors le problème posé.