DV2

Exercice 1 (7 points)

Soit la suite (u_n) définie par $u_0 = 5$ et pour tout entier naturel n par $u_{n+1} = \frac{1}{3} u_n + 2$.

1°) Calculer u_1, u_2 , u_3 sous forme fractionnaire. Donner u_5 sous forme fractionnaire.
2°) A l'aide d'une représentation graphique en escalier, placer les 5 premiers termes de la suite sur un même axe.
3°) Soit la suite définie sur $\mathbb{N}$ par $v_n = u_n - 3$.
  a) Montrer que la suite (v_n) est une suite géométrique.
  b) En déduire, pour tout entier n, l'expression de v_n en fonction de n, puis celle de u_n en fonction de n.
4°) Etudier les variations et la convergence de la suite (v_n) et en déduire les réponses aux mêmes questions pour la suite (u_n).

Exercice 2 (5 points)

La suite (u_n) est définie par $u_0 = 1$ et pour tout entier naturel n : $u_{n+1} = u_n - 4n + 7$
1°) Montrer que la suite (u_n) n'est ni arithmétique, ni géométrique.
2°) Avec votre calculatrice, donner la valeur exacte de u_{17}.
3°) Montrer que la suite (d_n) définie pour tout entier naturel par $d_n = u_{n+1} - u_n$ est une suite arithmétique. Donner sa raison.
4°) Calculer $S_n = d_0 + d_1 + \ldots + d_{n-1}$ puis en déduire l'expression, pour tout n de u_n en fonction de n.

Exercice 3 (3 points)

Un véhicule neuf acheté *14000 €* perd *2 %* de sa valeur tous les mois.
1°) Déterminer la valeur du véhicule à 1 € près au bout de 3 ans ? (on utilisera une modélisation par les suites)
2°) Déterminer, à l'aide d'une calculatrice, le temps au bout duquel la valeur du véhicule devient inférieure à *3000 €.*

Exercice 4 (3 points)

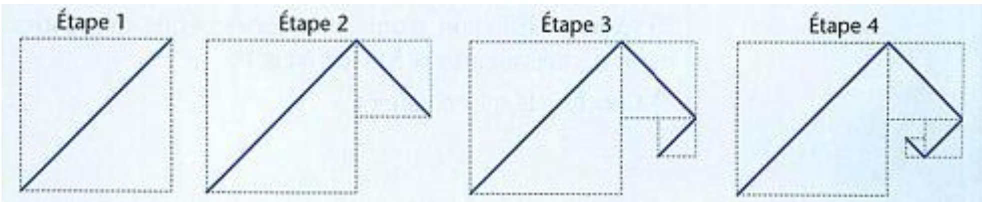
Etudier les variations des suites définies par :

1°) Pour $n \geqslant 1$: $u_n = \frac{3n+1}{2n+1}$

2°) $\begin{cases} v_0 = 4 \\ \text{pour tout } n \geqslant 0 : v_{n+1} = -v_n^2 + v_n - 3 \end{cases}$

3°) Pour $n \geqslant 1$: $u_n = \frac{5}{3^n}$

Exercice 5 (2 points)



On construit une spirale en disposant bout à bout les diagonales d'une suite de carrés.
A chaque étape, le côté du carré est divisé par 2; à l'étape 1, il est égal à $\sqrt{2}$.
On admet que les diagonales des carrés des différentes étapes sont les termes d'une suite géométrique (c_n) de raison $\frac{1}{2}$.
1°) Donnez la valeur de c_1.
2°) Calculer la longueur de la spirale à l'étape n. Que peut-on en déduire ?

Bonus, passe-temps

Compléter le tableau suivant en effectuant les calculs avec et sans machine sachant que : $a_1 = \frac{1}{3}$ et pour tout $n \geqslant 1$, $a_{n+1} = 1000\, a_n - 333$.

Commentez.

	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6
avec machine	1/3					
sans machine	1/3					